پارادوکس شیپور گابریل

در این مقاله این تناقض وجود دارد که : یك بار ثابت مي شود ،تمام رنگ هاي دنیا براي رنگ کردن یك سطح کافي نیست و از طرف دیگر ثابت مي شود با مختصر رنگي ، مي توان همان سطح را رنگ کرد .طرح این مسئله بصورت زیر است :

را در نظر مي گیریم
$Y=1/x$ $(x>0)$ تابع حقیقي به صورت،
نمودار تابع را در صفحه محور هاي مختصات رسم مي کنیم .
مي خواهیم ثابت کنیم سطح زیر منحني به معادله
$Y= 1/x$ $x>=1$
را نمي توان با همه رنگ هاي دنیا رنگ کرد .Xو محور را با پي واحد مکعب رنگ مي توان کرد .(که در این صورت سطح جانبي حاصل هم رنگ 2x. جسم نامتناهي حاصل از دوران این سطح حول محور خواهد بود)

3 .سطح جانبي این جسم حاصل از دوران این سطح را نمي توان با همه رنگ هاي دنیا رنگ کرد .

(حل 1) در حقیقت سؤال اینست که آیا سطح A در شکل 1 متناهی است ؟
حال به محاسبه اندازه سطح A می پردازیم .

$$\int_1^{+\infty} 1/x \;=\; \lim_{b\to+\infty} \ln (X) \Big|_1^b = \lim_{b\to+\infty} \ln (b-\ln 1)=+\infty$$

نامتناهي است و نمي توان آن را با تمام رنگ هاي دنیا رنگ کرد .A پس مقدار
ها محاسبه مي کنیم x راحول محور
A(حل 2) حال حجم جسم حاصل ار دوران سطح نامتناهي

$$\mathrm{Lim}_{b\to+\infty}\; p\int_1^b y\hat{}2dx \;=\; \mathrm{Lim}_{b\to+\infty} \int_1^b \frac{1}{x\hat{}2}dx = \mathrm{Lim}_{b\to+\infty}\; p\,\left(-\frac{1}{x\hat{}2}\right)_1^b = p$$

واحد مکعب رنگ ، پر از رنگ کرد . pپس مي توان آنرا با
باشد نمي توان رنگ کرد . Aدر این صورت سطح جانبي جسم هم رنگي خواهد شد. در حالي که نصف مقطع عرضي آنرا که همان سطح نامتناهي (بنا به حل 1)

در ریاضي این جسم به شیپور گابریل معروف است .

(حل 3) سطح جانبي جسم نامتناهي را محاسبه میکنیم.

$$S = \mathrm{Lim}_{b\to+\infty} \int_1^b 2pyds \quad (ds = \sqrt{1+y'\hat{}2dx}$$

$$= \int_1^b 1/x\sqrt{1+y'\hat{}2dx}\; p \;\; 2_{\infty+}{\to} S = = \mathrm{Lim}_b$$

$$\int_1^b \frac{\sqrt{1+\dfrac{1}{x\hat{}4}}}{x}dx\; p \;\; 2_{\infty+}{\to} \mathrm{Lim}_b$$

محاسبه انتگرال اخیر مشکل است ، ولي توجه داشته باشیم که :

$s>+\infty$ پس مي توان گفت که $\frac{\sqrt{x\hat{}4+1}}{x\hat{}3} > \frac{\sqrt{x\hat{}4}}{x\hat{}3} = \frac{1}{x}$

پس سطح جانبي جسم ، نامتناهي است و همه ي رنگ هاي دنیا براي رنگ کردن آن کافي نیست ، در حالیکه در حل 2 نتیجه گرفتیم که سطح جانبي به همراه حجم جسم با p واحد مکعب رنگ ، رنگي خواهد شد.

عبدالحمید پهلوزاده

نشریه نوید مدرسه