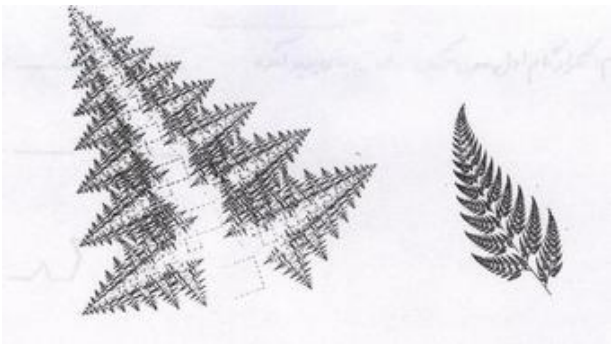
هندسه فركتالي

هر پديده اي را در جهان طبيعت مي توان با زبان رياضيات تفسير كرد .در اين مورد بايد از قسمتي از علم رياضي كه شاخه اي نسبتا جديد است و به نام هندسه فركتالي ناميده مي شود كمك گرفت .واژه فركتال براي اولين بار در سال 1975 توسط مندلبرات وارد دنياي رياضيات شد .تا كنون تعريف عامي براي فركتال ها بيان نشده ،اما به طور كلي فركتال شيئي است كه سه خاصيت زير را داشته باشد:

1) داراي خاصيت خود متشابهي باشد 2)در مقياس ميكروسكوپي بسيار پيچيده باشد 3) بعدش عدد صحيح نباشد

حال به توضيح مختصري درباره هر يك از اين خواص مي پردازيم .

شيئي را داراي خاصيت خود متشابهي اكيد مي گوييم هر گاه قسمت هايي از آن با يك مقياس معلوم ، يك نمونه از كل شيئي باشد . ساده ترين مثال براي يك شيئي خود متشابه در طبيعت گل كلم است كه هر قطعه‌ي كوچك گل كلم متشابه قطعه بزرگي از آن است . همين طور درخت كاج يك شيئ خود متشابه است ،چرا كه هر يك از شاخه هاي آن خيلي شبيه يك درخت كاج است ولي در مقياس بسيار كوچكتر .همچنين در مورد برگ سرخس نيز چنين خاصيتي وجود دارد.



رشته كوه ها ، پشته هاي ابر، مسير رودخانه ها و خطوط ساحلي نيز همگي مثال‌هايي از يك ساختمان خود متشابه و در مقياس ميكروسكوپي بسيار پيچيده هستند. همه‌ي اين اشيا داراي بعدي هستند كه اين بعد با استفاده از دانش هندسه اقليدسي قابل محاسبه نمي باشد . مثلا با كمك هندسه‌ي اقليدسي مي دانيم كه بعد خط برابر يك ، بعد صفحه برابر دو و بعد فضا برابر سه مي باشد .

اما در مورد اشياي فركتالي ، موضوع فراتر از اينها است فركتال ها بعد صحيح ندارند بعد فركتالي هميشه بزرگتر از بعد توپولوژيكي است . راه هاي مختلفي براي به دست آوردن بعد فركتالي وجود دارد كه ساده ترين آن روش زير است :

مقياس =R D= بعد فركتالي =LOG(N)/LOG(1/R) D

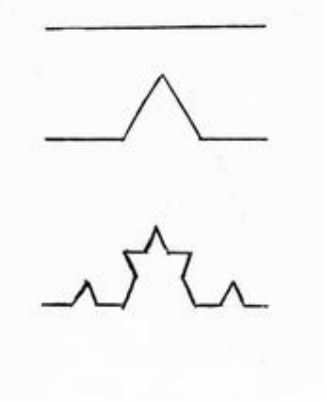
تعداد قطعات =N

مثلا خم وان كخ كه امروزه به عنوان دقيق ترين مدل رياضي خطوط ساحلي مشهور است به روش زير تعريف مي شود:

L رسم پاره خطي به طول گام صفر :

گام اول : تقسيم پاره خط به سه قسمت مساوي و حذف يك سوم مياني و رسم يك مثلث متساوي الاضلاع روي آن

گام دوم : تكرار گام اول روي هر يك از قسمت هاي ندد آمده



بعد فركتالي عبارتست از :

D= LOG (16)/ LOG (9)

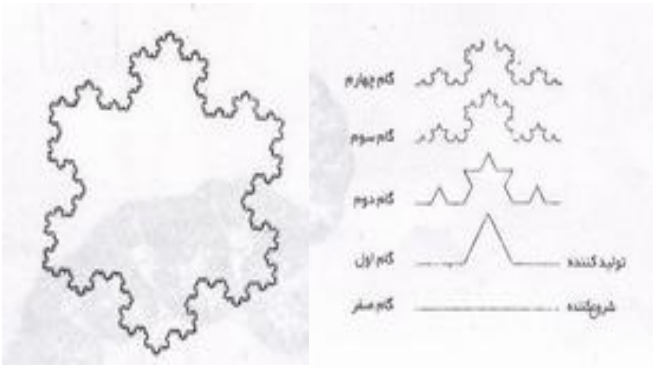
= 2 LOG(4)/2 LOG (3) =1.26

همانطور كه ملاحظه مي شود ، اين بعد عدد صحيح نيست و نشان دهنده‌ي اين است كه خم كخ پيچيده تر از خط و ساده تر از صفحه است.

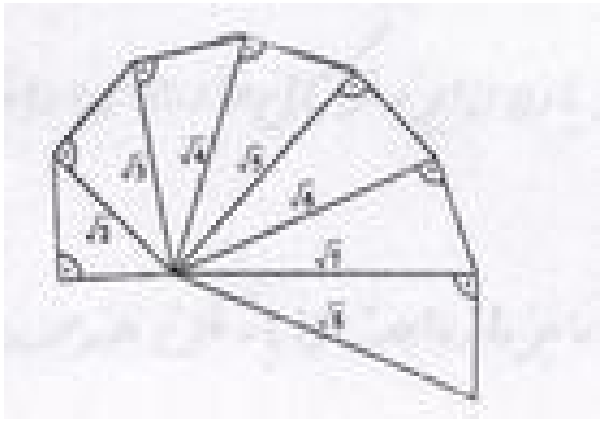
اگر اين الگويتم را روي اضلاع يك مثلث متساوي الاضلاع بينهايت بار تكرار كنيد ، فركتالي به نا م

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

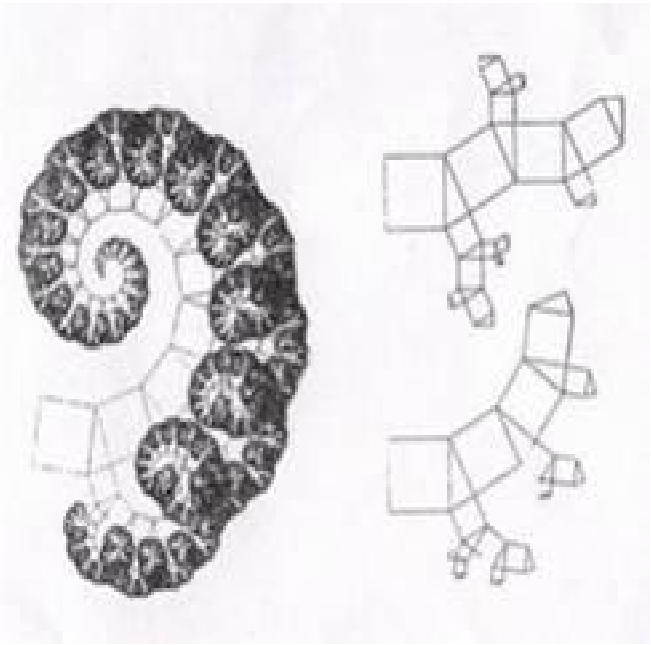
برفدانه‌اي كخ ساخته مي شد وكه بسيار شبيه دانه‌ي برف واقعي است.



نمونه‌ي ديگري ازفركتال ها موسوم به درخت هاي فيثاغورسي هستند .شكل زير معروف به مارپيچ مربع ريشه است.



توان درخت هاي جالبي با استفاده از الگوريتم زير ساخت:
1) مربعي رسم كنيد 2)يك مثلث قائم الزاويه متساوي الساقين را از طرف وترش روي يك ضلع مربع قرار دهيد 3)روي دو ضلع آزاد مثلث مربع بسازيد (دو مربع) 4) روي مربع هاي اخير ، مثلث قائم الزاويه متساوي الساقين قرار دهيد 5) روي هر ضلع آزاد اين مثلث ها مربعي بسازيد (چهارمربع) تكرار مراحل5و4 به دفعات زياد شكلهاي جالبي توليد ميكند.
(HIPPOPOTAMUS) يكي از مثال هاي زيبا از اين نمونه از فركتال ها در طبيعت ، دم اسب آبي است كه شباهت بسيار زيادي به درخت هاي فيثاغورسي دارد . نمونه هاي بسيار زيادي از اين فركتال ها در جهان واقعي ديده مي شود. تقريباً تمام پديده هاي طبيعي كه هندسه اقليدسي از تفسير آن ها عاجز مانده است را با زبان هندسه فركتالي مي توان توجيه كرد



آقای اتابک زاده
استاد راهنمای انجمن

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com